

Compito di MD
A.A. 2011/12 – 4 settembre 2012

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computers o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere a lapis. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare.

Esercizio 1. Trovare tutte le soluzioni intere dell'equazione:

$$x^2 + 6 \equiv 0 \pmod{35}$$

Quali di queste soluzioni sono prime con 10?

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la cui matrice, rispetto alla base standard, è:

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ -12 & -3 & -24 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

Dire se T è diagonalizzabile. Se lo è, trovare una base che la diagonalizza, se non lo è, trovare comunque delle basi per i suoi autospazi.

Esercizio 3 Siano X, Y, Z spazi vettoriali di dimensione finita su un campo K , e siano $T : X \rightarrow Y$ e $S : Y \rightarrow Z$ due applicazioni lineari. Si dimostri che il rango di $S \circ T$ è minore o uguale al minimo fra il rango di S e il rango di T . Si mostri un esempio in cui vale l'uguale e uno in cui vale il minore stretto.